

Examen 19 Décembre 2012
Transfert Radiatif Direct et Inverse

Sans document.

Durée : 2H00

N.B. : La plupart des questions sont indépendantes.

Les figures sont à rendre avec la copie.

Dans ce problème, nous allons nous intéresser à l'observation de l'atmosphère planétaire par des instruments avec visée au limbe et au nadir.

1. Soit $B_\nu(T)$ la luminance spectrale d'un corps noir à la température T et à la fréquence ν . On rappelle l'expression de la loi de Planck en fonction du nombre d'onde ω :

$$B_\omega(T) = \frac{c_1 \omega^3}{\left[\exp\left(\frac{c_2 \omega}{T}\right) - 1 \right]}$$

avec $c_1 = 2hc^2$ et $c_2 = \frac{hc}{k}$.

Donner l'expression de loi de Planck $B_\nu(T)$ en fonction de la fréquence ν .

2. On suppose que le Soleil est un corps noir de température équivalente $T_s=5800$ K et que la Terre est un corps noir de température équivalente $T_e=288$ K. On considère un plan infini situé juste au-dessus de la surface terrestre. On note d la distance entre la Terre et le Soleil.

2.1. Montrer que la luminance spectrale (le flux énergétique par unité de surface et par intervalle spectral) qui tombe sur le plan du côté de la Terre est $\pi B_\nu(T_e)$.

2.2. Montrer que la luminance spectrale qui tombe sur le plan du côté du Soleil est $(1-A)\left(\frac{R_s}{d}\right)^2 \pi B_\nu(T_s)$ où A est l'albédo terrestre.

3. On rappelle que $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$

3.1. Calculer l'intégrale de $B_\nu(T)$ sur l'ensemble du spectre en fonction de T et de σ

avec $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2}$.

3.2. Quel est le nom de cette loi ?

3.3. En intégrant sur les fréquences, et en utilisant le résultat obtenu en 2.2., calculer l'éclairement solaire total atteignant la surface terrestre.

3.4. Sans calcul, donner quel est l'éclairement solaire total, noté C_0 , atteignant le sommet de l'atmosphère.

4. Considérons l'atmosphère terrestre pour laquelle l'hypothèse plans-parallèles est faite. Que signifie cette hypothèse ?

5. Plaçons-nous dans le cas d'un instrument observant l'atmosphère par occultation solaire depuis un satellite, c'est-à-dire visant le soleil à travers l'atmosphère au lever et au coucher du soleil. L'épaisseur optique est mesurée pendant cet événement pour plusieurs valeurs de la hauteur h du rayon tangent mesuré à partir de la surface de la Terre. Supposons (cf. **Figure 1**) que l'atmosphère est constituée de seulement deux couches atmosphériques : la troposphère d'épaisseur moyenne Δh_1 et la stratosphère d'épaisseur Δh_2 . La Terre est supposée sphérique, de rayon moyen R .

5.1. Etablir la loi de Lambert-Beer.

5.2. Définir ce que l'on appelle transmittance et épaisseur optique d'un milieu. Donner leurs plages de variation et leurs unités.

5.3. Donner les expressions de s_1 et de $s = s_1 + s_2$ en fonction de h , R , Δh_1 et Δh_2 dans les deux cas où $0 \leq h \leq \Delta h_1$ et $\Delta h_1 \leq h \leq \Delta h_1 + \Delta h_2$.

5.4. En déduire l'expression de s_2 en fonction de h , R , Δh_1 et Δh_2 .

5.5. On suppose que $\Delta h_1 = 10\text{km}$, $\Delta h_2 = 40\text{km}$ et $R = 6000\text{km}$. Calculer s_1 , s et s_2 pour $h = 0, 5, 10, 30$ et 50 km .

5.6. Tracer s , s_1 et s_2 en fonction de h .

5.7. En s'appuyant sur la loi de Lambert-Beer, établir la relation qui lie le rayonnement solaire direct $I(h)$ mesuré par l'instrument pour une hauteur tangente h aux paramètres suivants : 1) le rayonnement solaire incident au sommet de l'atmosphère noté C_0 , 2) les coefficients d'extinctions K_1 et K_2 de la troposphère et de la stratosphère supposés constant dans les couches, 3) les distances parcourues s_1 et s_2 .

5.8. Etablir le système linéaire de deux équations à deux inconnues qui permet de déterminer K_1 et K_2 .

5.9. Déterminer K_1 et K_2 .

6. On suppose désormais que l'atmosphère est composée d'une succession de couches atmosphériques infinitésimales. On suppose également qu'un seul corps de concentration $q(z)$ absorbant dans l'infrarouge est présent dans l'atmosphère. On néglige tout phénomène de diffusion.

6.1. Soit une couche atmosphérique infinitésimale à l'altitude z , d'épaisseur dz , traversée par un rayonnement I_v . On suppose que la couche est homogène, de température T , et on considère un rayonnement qui se propage dans la direction \vec{R} . En faisant un bilan sur les flux énergétiques, établir, en détaillant les hypothèses et les différentes étapes du raisonnement suivi, que l'équation de transfert radiatif faisant intervenir les luminances spectrales I , se met sous la forme :

$$\frac{dI_v}{dz}(z, \vec{R}) = -k_v(z)q(z) \left[I_v(z, \vec{R}) - J_v(z, \vec{R}) \right] \quad (1)$$

6.2. Que représentent k_v et J_v ?

6.3. On fait l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local.

6.3.1. Que signifie cette hypothèse ? Dans quel cas est-elle valable dans l'atmosphère terrestre ?

6.3.2. Quelle est alors l'expression de J_v ? Préciser de quelle variable dépend désormais J_v .

7. Considérons un radiomètre infrarouge observant l'atmosphère d'une planète avec visée au nadir. La résolution de l'équation de transfert radiatif (1) dans l'hypothèse d'équilibre

thermodynamique local donne la luminance spectrale à la fréquence ν mesurée par le satellite :

$$I_{\nu}^{sat} = \varepsilon_{\nu}^{surf} \tau_{\nu}^{surf} B_{\nu}[T^{surf}] + \int_{z=0}^{z^{TOA}} B_{\nu}[T(z)] \frac{\partial \tau_{\nu}(z)}{\partial z} dz + \beta_{\nu} \int_{z^{TOA}}^{z=0} B_{\nu}[T(z)] \frac{\partial \tau_{\nu}(z)}{\partial z} dz \quad (2)$$

$$\text{où } \tau_{\nu}(z) = \exp \left[- \int_z^{z^{TOA}} k_{\nu}(z') \mu(z') \rho(z') dz' \right] \quad (3)$$

est la transmittance entre l'altitude z et le sommet de l'atmosphère z^{TOA} , $\mu(z)$ est le rapport de mélange massique de l'absorbant et $\rho(z)$ est la densité atmosphérique totale.

$$\text{On pose } \chi_{\nu}(z) = \int_z^{z^{TOA}} k_{\nu}(z') \mu(z') \rho(z') dz' \quad (4)$$

l'épaisseur optique mesurée depuis le sommet de l'atmosphère z^{TOA} .

7.1. A quoi correspondent les 3 termes de l'équation 2 ?

7.2. Exprimer, en justifiant, l'expression de β_{ν} .

7.3. De quelles variables atmosphériques dépend $\tau_{\nu}(z)$? Que vaut $\tau_{\nu}(z^{TOA})$ au sommet de l'atmosphère ?

7.4. **Dans toute la suite de l'exercice**, nous faisons l'hypothèse que la surface de la planète se comporte comme un corps noir. Que devient l'équation (2) ?

Nous allons nous intéresser à l'expression de I_{ν}^{sat} à différentes fréquences qui correspondent à différentes absorptions atmosphériques.

7.5. Supposons d'abord que l'atmosphère est transparente au rayonnement infrarouge à la fréquence ν_l .

7.5.1. Comment varie la transmittance à ν_l avec l'altitude ?

7.5.2. Quelle est l'expression de $I_{\nu_l}^{sat}$?

7.5.3. En déduire l'expression de la température de brillance à ν_l . A quelle grandeur thermodynamique l'observation à cette fréquence nous donne-t-elle directement accès ?

7.6. L'un des termes importants de l'ETR est la fonction de poids $\partial \tau_{\nu}(z) / \partial z$ qui, en coordonnée de pression, s'écrit $\partial \tau_{\nu} / \partial \ln P$. Nous allons ici établir son expression pour deux types d'absorption dans le cas de l'observation de l'atmosphère terrestre.

$$\text{Posons } \tau_{\nu}(P) = e^{-\beta P^{\alpha}} \text{ et donc } \chi_{\nu}(P) = \beta P^{\alpha} \quad (5)$$

7.6.1. En partant de l'expression de l'épaisseur optique donnée par (4), donner l'expression de l'épaisseur optique en coordonnées de pression.

7.6.2. En utilisant la relation liant pression et altitude, déterminer l'expression de l'épaisseur optique dans le cas où le rapport de mélange massique est constant dans l'atmosphère. On notera g la constante de gravitation terrestre

7.6.3. Dans le cas où le facteur d'absorption est constant dans l'atmosphère, déterminer les expressions de α et β en fonction de k_{ν} , μ et g .

7.6.4. On considère maintenant une raie d'absorption de type Lorentz. On rappelle que dans ce cas, $k_{\nu} = S \times f(\nu)$

$$\text{avec } f(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_c}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_c^2}$$

et $\alpha_c(P) = \alpha_0 P$

On suppose de plus que le radiomètre est sensible à une seule fréquence ν située dans les ailes de raie lointaines de la raie de Lorentz considérée. On peut donc considérer que $(\nu - \nu_0)^2 \gg \alpha_c^2$. Dans ces conditions, déterminer α et β en fonction de S , μ , α_0 , ν , ν_0 et g .

7.6.5. **Dans le cas général** donné par l'équation (5), calculer, en fonction de α et β , l'expression de la fonction de poids $\partial\tau_\nu(P)/\partial\ln P$.

7.6.6. Montrer que le maximum de la fonction de poids est obtenu pour une épaisseur optique de 1.

7.6.7. Les fonctions de poids des 5 canaux du sondeur micro-ondes HSB de la NASA sont tracées en **Figure 2**. Sur le même schéma, tracer les fonctions de transmission correspondantes **en justifiant** et en adaptant les échelles.

7.6.8. Dans le cas idéal où les fonctions de poids des 5 canaux de mesure seraient représentées par des pics de Dirac (égales à 1 pour la pression du maximum, 0 sinon), donner la nouvelle expression de I_ν^{sat} .

7.6.9. A quelle variable a-t-on directement accès ?

7.6.10. Dans le cas réel illustré par la **Figure 2**, discuter des difficultés pratiques rencontrées pour accéder à la description de l'atmosphère.

8. On s'intéresse désormais à l'observation de l'atmosphère de Mars à l'aide du sondeur IRIS à bord de Mariner 9. La figure 3 illustre les spectres d'émission mesurés par l'instrument au-dessus du pôle Nord martien (**a**), du pôle Sud (**b**) et des latitudes moyennes (**c**).

8.1. Dans l'intervalle spectral considéré, quels sont les corps qui absorbent le rayonnement ? En déduire les constituants majoritaires de l'atmosphère martienne.

8.2. Que peut-on déduire de cette figure concernant la température atmosphérique et la température de surface pour le pôle Nord, le pôle Sud et la région de moyenne latitude ?

8.3. Quelle information sur la composition atmosphérique apporte la comparaison du spectre terrestre mesuré sur le Sahara par l'instrument Nimbus 4 tracé en (**e**) et le spectre martien mesuré en moyenne-latitude tracé en (**c**) ?

Figure 1. Illustration de la visée par occultation solaire dans une atmosphère à 2 couches.

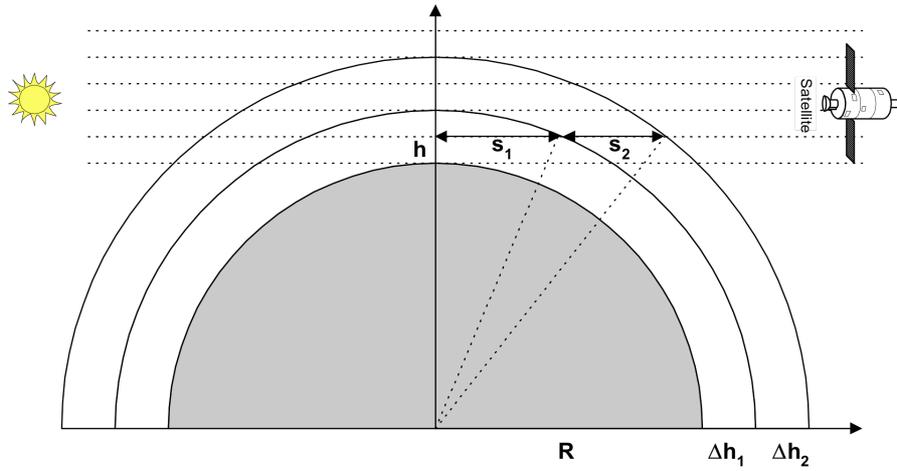


Figure 3. Tirée de Hanel et al. (1972)

FIG. 1. Thermal emission spectra. (a) Martian north polar hood (revolution 102); (b) Martian south polar region (revolution 30); (c) Martian midlatitude (revolution 92); (d) fractured quartz (laboratory spectrum); (e) Sahara desert (recorded in 1970 from Nimbus 4).

Figure 2. Fonction de poids des 5 canaux du sondeur micro-ondes HSB

