

Examen 16 Décembre 2008
Transfert Radiatif Direct et Inverse

Sans document ni calculatrice

Durée : 1H45

N.B. : La plupart des questions « i,j » sont indépendantes.

Les figures sont à rendre avec la copie.

Dans ce problème, nous allons nous intéresser à l'observation verticale d'une atmosphère planétaire à travers différentes hypothèses simplificatrices, qui nous amèneront à analyser le cas d'une observation réelle de l'atmosphère terrestre.

1. Soit $B_\nu(T)$ la luminance d'un corps noir à la température T . On rappelle l'expression de la loi de Planck en fonction de la longueur d'onde λ :

$$B_\lambda(T) = \frac{c_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}$$

avec $c_1 = 2hc^2$ et $c_2 = \frac{hc}{k}$.

1.1. Donner l'expression de loi de Planck $B_\nu(T)$ en fonction de la fréquence ν .

1.2. Qu'appelle-t-on température de brillance ?

2. Considérons l'atmosphère terrestre pour laquelle l'hypothèse plans-parallèles est faite. On suppose qu'un seul corps de concentration $q(z)$ absorbant dans l'infrarouge est présent dans l'atmosphère. On néglige tout phénomène de diffusion.

2.1. Soit une couche atmosphérique infinitésimale à l'altitude z , d'épaisseur dz , traversée par un rayonnement I_ν . On suppose que la couche est homogène, de température T , et on considère un rayonnement qui se propage dans la direction \vec{R} . En faisant un bilan sur les flux énergétiques, établir que l'équation de transfert radiatif faisant intervenir les luminances spectrales I_ν se met sous la forme :

$$\frac{dI_\nu}{dz}(z, \vec{R}) = -k_\nu(z)q(z) \left[I_\nu(z, \vec{R}) - J_\nu(z, \vec{R}) \right] \quad (1)$$

Que représentent k_ν et J_ν ?

2.2. On fait l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local.

2.2.1. Que signifie cette hypothèse ? Dans quel cas est-elle valable dans l'atmosphère terrestre ?

2.2.2. Quelle est alors l'expression de J_ν ? Préciser de quelle variable dépend désormais J_ν .

3. Considérons un radiomètre infrarouge observant l'atmosphère d'une planète avec visée au nadir. La résolution de l'équation de transfert radiatif (1) dans l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local donne la luminance spectrale à la fréquence ν mesurée par le satellite :

$$I_{\nu}^{sat} = \epsilon_{\nu}^{surf} \tau_{\nu}^{surf} B_{\nu}[T^{surf}] + \int_{z=0}^{z_{TOA}} B_{\nu}[T(z)] \frac{\partial \tau_{\nu}(z)}{\partial z} dz \quad (2)$$

$$+ (1 - \epsilon_{\nu}^{surf}) \tau_{\nu}^{surf} \int_{z_{TOA}}^{z=0} B_{\nu}[T(z)] \frac{\partial \tau_{\nu}(z)}{\partial z} dz$$

où $\tau_{\nu}(z) = \exp \left[- \int_z^{z_{TOA}} k_{\nu}(z') \mu(z') \rho(z') dz' \right] \quad (3)$

est la transmittance entre l'altitude z et le sommet de l'atmosphère z_{TOA} , $\mu(z)$ est le rapport de mélange massique de l'absorbant et $\rho(z)$ est la densité atmosphérique totale.

On pose $\chi_{\nu}(z) = \int_z^{z_{TOA}} k_{\nu}(z') \mu(z') \rho(z') dz' \quad (4)$

l'épaisseur optique mesurée depuis le sommet de l'atmosphère z_{TOA} . On définit l'absorption spectrale entre z et z_{TOA} par $A_{\nu}(z) = 1 - \tau_{\nu}(z)$.

3.1. De quelles variables atmosphériques dépend $A_{\nu}(z)$? Que vaut $A_{\nu}(z_{TOA})$ au sommet de l'atmosphère ?

3.2. **Dans toute la suite de l'exercice**, nous faisons l'hypothèse que la surface de la planète se comporte comme un corps noir. Que devient l'équation (2) ?

Nous allons nous intéresser à l'expression de I_{ν}^{sat} à différentes fréquences qui correspondent à différentes absorptions atmosphériques.

3.3. Supposons d'abord que l'atmosphère est transparente au rayonnement infrarouge à la fréquence ν_l .

3.3.1. Comment varie la transmittance (ou de manière équivalente l'absorption spectrale) à ν_l avec l'altitude ?

3.3.2. Quelle est l'expression de $I_{\nu_l}^{sat}$?

3.3.3. Dédurre de la question 3.3.2. l'expression de la température de brillance à ν_l . A quelle grandeur thermodynamique l'observation à cette fréquence nous donne-t-elle directement accès ?

3.4. Supposons à présent que nous mesurons I_{ν}^{sat} à une fréquence ν proche de la fréquence centrale ν_0 d'une raie d'absorption et considérons une atmosphère isotherme telle que $T(P) = cste = T_A$. La surface de la planète se comporte toujours comme un corps noir.

3.4.1. Déterminer l'expression de I_{ν}^{sat} dans cette hypothèse en fonction de $A_{\nu}^{surf} = A_{\nu}(0)$ et diverses $B_{\nu}(T)$. Comparer son expression à celle de $I_{\nu_l}^{sat}$ obtenue en 3.3.3. **Commentaires ?**

3.4.2. Les variations spectrales de $B_\nu(T_{surf})$, $B_\nu(T_A)$ et $A_\nu(z)$ sont tracées sur la Figure 1. En utilisant les résultats obtenus à la question 3.3 et 3.4.1, tracer sur la Figure 1 la variation de I_ν^{sat} dans les **deux** cas $T_{surf} > T_A$ **et** $T_{surf} < T_A$. **Justifier**.

Dans lequel de ces cas parle-t-on de raie d'émission ou d'absorption ?

3.4.3. Quel est le paramètre responsable de la variation rapide de I_ν^{sat} avec la fréquence ?

3.4.4. Si $T_{surf} = T_A$, que devient I_ν^{sat} ?

3.4.5. Ecrire I_ν^{sat} dans le cas d'une atmosphère isotherme avec $\tau_\nu^{surf} = 0$. Comparer au cas du 3.4.4.

3.5. Supposons à présent que l'atmosphère est décrite par un profil de température à deux couches tel que $T(z) = T_A$ pour $0 < z < z_A$ et $T(z) = T_B$ pour $z_A < z < z_{TOA}$. La température de surface est toujours T_{surf} et la surface est toujours supposée agir comme un corps noir.

3.5.1. Donner l'expression de I_ν^{sat} dans cette hypothèse, en fonction de $A_\nu(z)$ et $B_\nu(T)$ respectivement prises à différentes altitudes ou températures.

3.5.2. Supposons que $T_{surf} > T_B > T_A$ ce qui peut illustrer une atmosphère possédant une « surface très chaude », une « troposphère froide » et une « stratosphère chaude ». En se servant des variations des fonctions de Planck à ces trois températures, tracer, **en justifiant**, l'allure de I_ν^{sat} sur la figure 2.

Commentaires ?

3.6. Les deux cas précédents illustrent les bases du sondage vertical de l'atmosphère. Lorsque le nombre de couches atmosphériques augmente, il est nécessaire de revenir à la forme intégrale de l'équation de transfert radiatif. L'un des termes importants de cette équation est la fonction de poids $\partial\tau_\nu(z)/\partial z$ qui, en coordonnée de pression, s'écrit $\partial\tau_\nu/\partial \ln P$. Nous allons ici établir son expression pour deux types d'absorption dans le cas de l'observation de l'atmosphère terrestre.

Posons $\tau_\nu(P) = e^{-\beta P^\alpha}$ et donc $\chi_\nu(P) = \beta P^\alpha$ (5)

3.6.1. D'après l'expression de l'épaisseur optique (4) et la relation liant pression et altitude, déterminer en utilisant les coordonnées en pression plutôt qu'en altitude l'expression de l'épaisseur optique dans le cas où le rapport de mélange massique est constant dans l'atmosphère. On notera g la constante de gravitation terrestre

3.6.2. Dans le cas où le facteur d'absorption est constant dans l'atmosphère, déterminer les expressions de α et β en fonction de k_ν , μ et g .

3.6.3. On considère maintenant une raie d'absorption de type Lorentz. On rappelle que dans ce cas, $k_\nu = S \times f(\nu)$

$$\text{avec } f(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_c}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_c^2}$$

$$\text{et } \alpha_c(P) = \alpha_0 P$$

On suppose de plus que le radiomètre est sensible à une seule fréquence ν située dans les ailes de raie lointaines de la raie de Lorentz considérée. On peut donc considérer que $(\nu - \nu_0)^2 \gg \alpha_c^2$. Dans ces conditions, déterminer α et β en fonction de S , μ , α_0 , ν , ν_0 et g .

3.6.3. Dans le cas général donné par l'équation (4), calculer, en fonction de α et β , l'expression de la fonction de poids $\partial\tau_\nu(P)/\partial\ln P$.

3.6.4. Montrer que le maximum de la fonction de poids est obtenu pour une épaisseur optique de 1.

La pression du maximum de la fonction de poids est donc celle pour laquelle la transmission $\tau_\nu(P) = e^{-1} \approx 0.37$.

3.7. Considérons le spectre des températures de brillance mesurées par le sondeur infrarouge AIRS, lancé à bord du satellite Aqua de la NASA en Mai 2002, dans la bande spectrale [650 ; 850] cm^{-1} (Figure 3). Les positions de 5 canaux de mesure utilisés pour le sondage en température de l'atmosphère sont indiquées par des flèches. Le profil de température correspondant à cette mesure est tracé en Figure 4.

3.7.1. L'intervalle de fréquence considéré sur la Figure 3 correspond à une bande d'absorption du CO_2 . Justifier l'utilisation de cette bande spectrale pour l'estimation des profils de température.

3.7.2. Les variations en fonction de l'altitude des facteurs de transmission des 5 canaux indiqués sur la Figure 3 sont tracées sur la Figure 5. D'après le résultat obtenu à la question 3.6, quel est le niveau de pression du maximum des fonctions de poids de ces 5 canaux ?

3.7.3. Tracer les 5 fonctions de poids $\partial\tau_\nu(P)/\partial\ln P$ sur la Figure 6.

3.7.4. Quelle partie de l'atmosphère est principalement observée par chacun des canaux ?

3.7.5. La bande spectrale considérée correspond à la bande ν_2 de vibration-rotation du CO_2 dont l'absorption est très forte à $\nu = 667 \text{ cm}^{-1}$ (branche Q) puis diminue progressivement le long de la branche R (pour $\nu > 667 \text{ cm}^{-1}$). En vous basant d'une part sur les variations du profil de température et d'autre part sur la variation de l'absorption avec l'altitude et la fréquence, justifiez la variation de la température de brillance avec la fréquence observée sur la Figure 3.

3.7.6. Indiquer sur chaque fonction de poids le numéro du canal correspondant.

Figure 1. Luminance spectrale du corps noir dans le domaine de fréquence considéré pour deux températures et absorption spectrale pour différentes hauteurs.

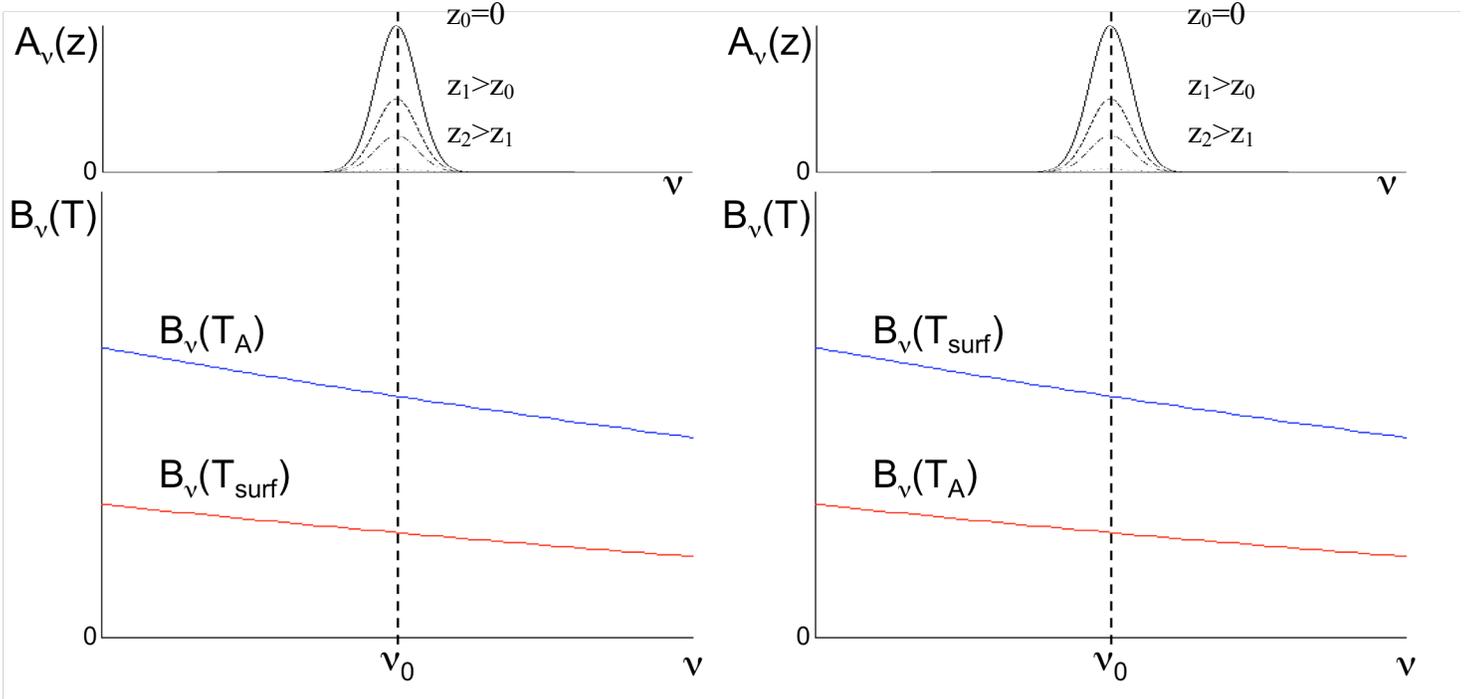


Figure 2. Luminance spectrale du corps noir dans le domaine de fréquence considéré pour trois températures et absorption spectrale pour différentes hauteurs.

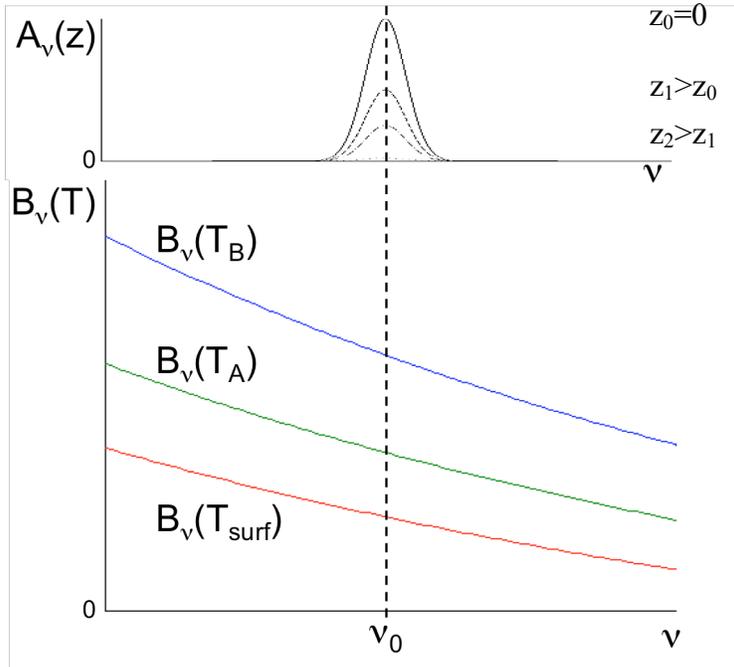


Figure 3. Spectre des températures de brillance mesurées par AIRS pour le profil de la Figure 4.

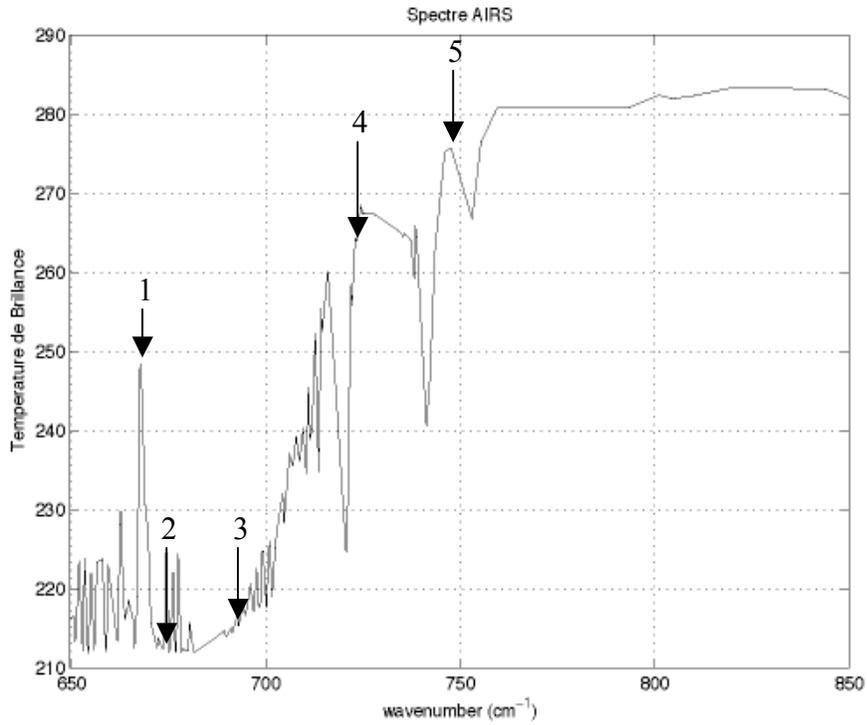


Figure 4. Profil de température moyen dans les tropiques.

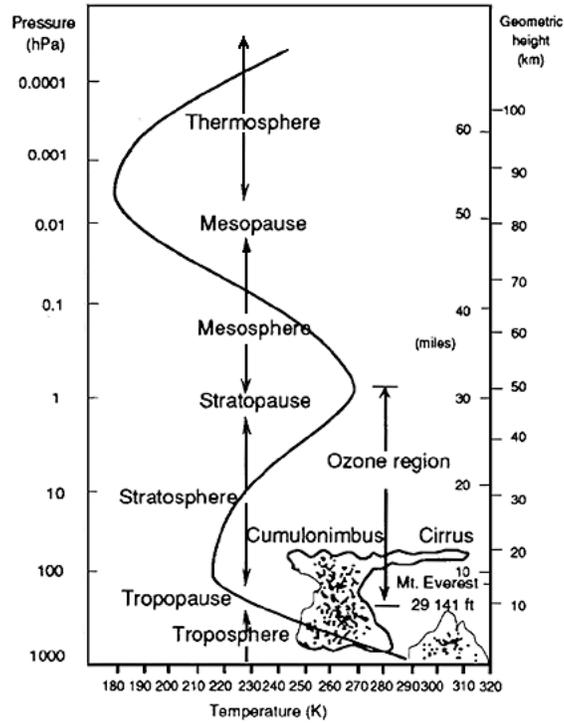


Figure 5. Fonctions de transmission des 5 canaux AIRS indiqués sur la Figure 1.

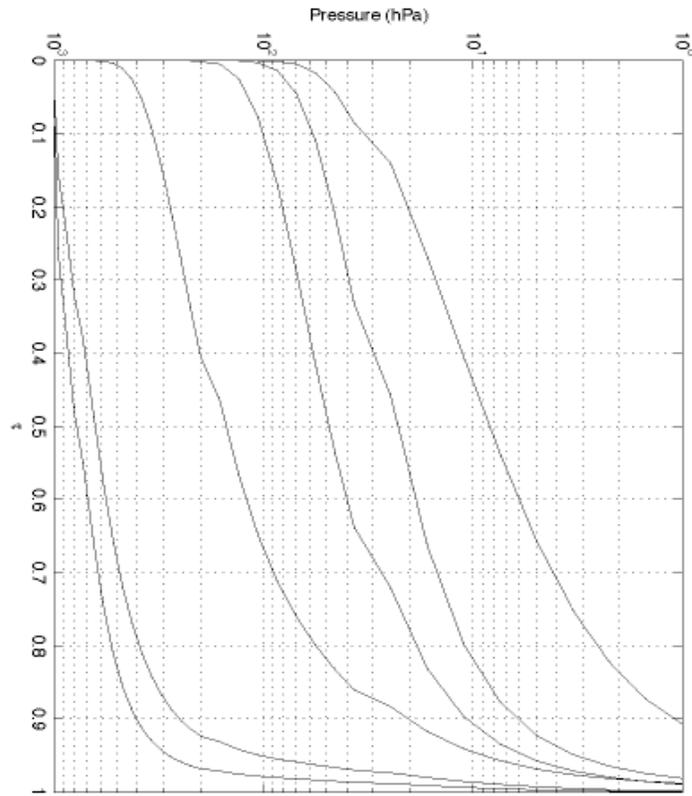


Figure 6. Fonctions de poids correspondants aux fonctions de transmission tracées sur la Figure 5.

