

Examen 2007/2008
Transfert Radiatif Direct et Inverse

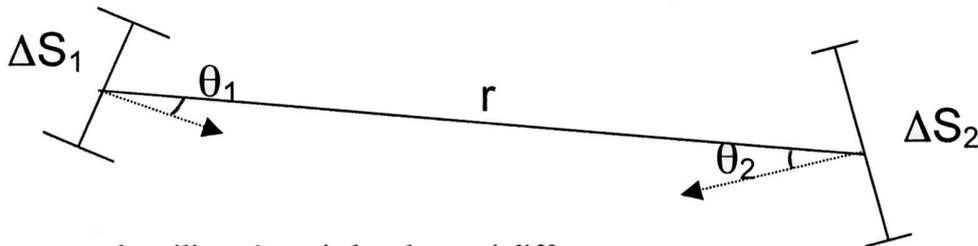
Sans document ni calculatrice

Durée : 1H45

Les trois exercices sont indépendants, comme le sont la plupart des questions...

Exercice 1

Soient deux corps noirs C_1 et C_2 de température respective T_1 et T_2 , de surface ΔS_1 et ΔS_2 , distants de r , et inclinés de θ_1 et θ_2 .



On suppose que le milieu n'est ni absorbant, ni diffusant.

- 1.1. Quelle est la luminance spectrale émise par C_1 ?
 - 1.2. Exprimer la densité de flux énergétique (ou exitance) spectrale émise par C_1 .
 - 1.3. Exprimer l'éclairement spectral reçu par C_2 en fonction de ΔS_1 , ΔS_2 , θ_1 , θ_2 , r , ν et T_1 .
 - 1.4. En déduire l'éclairement total reçu par C_2 dans l'intervalle de fréquence $\Delta \nu$.
2. Soit $B_\nu(T)$ la luminance d'un corps noir à la température T . On rappelle l'expression de la loi de Planck en fonction de la longueur d'onde λ :

$$B_\lambda(T) = \frac{c_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}$$

avec $c_1 = 2hc^2$ et $c_2 = \frac{hc}{k}$.

- 2.1. Donner l'expression de loi de Planck $B_\nu(T)$ en fonction de la fréquence ν .
- 2.2. Calculer l'intégrale de $B_\nu(T)$ sur l'ensemble du spectre en fonction de T et de σ avec

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2}$$

On rappelle que $\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$

2.3. Quel est le nom de cette loi ?

2.4. Quelle est l'éclairement (ou densité de flux énergétique) F correspondant ?

3. On suppose que le Soleil est un corps noir de température équivalente $T_s=5800$ K. On appelle constante solaire F_s la densité de flux énergétique au sommet de l'atmosphère. En utilisant les résultats obtenus dans les questions 1 et 2, déterminer F_s en fonction de T_s , σ , r_s le rayon solaire et d la distance entre la Terre et le soleil.

4. On suppose que l'atmosphère terrestre a un albedo $A=0,3$. Quelle est l'énergie totale atteignant la surface terrestre ?

Exercice 2

Considérons l'atmosphère terrestre pour laquelle l'hypothèse plans-parallèles est faite. On suppose qu'un seul corps de concentration ρ absorbant dans l'infrarouge est présent dans l'atmosphère. On néglige tout phénomène de diffusion.

1. Soit une couche atmosphérique infinitésimale à l'altitude z , d'épaisseur dz , traversée par un rayonnement I_ν . On suppose que la couche est homogène, de température T , et On considère un rayonnement qui se propage dans la direction \vec{R} . En faisant un bilan sur les flux énergétiques, établir que l'équation de transfert radiatif faisant intervenir les luminances spectrales I_ν se met sous la forme :

$$\frac{dI_\nu(z, \vec{R})}{dz} = -k_\nu(z)\rho(z)\left[I_\nu(z, \vec{R}) - J_\nu(z, \vec{R})\right] \quad (1)$$

Que représentent k_ν et J_ν ?

2. On fait l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local.

2.1. Que signifie cette hypothèse ? Dans quel cas est-elle valable dans l'atmosphère terrestre ?

2.2. Quelle est alors l'expression de J_ν ? De quelle variable dépend désormais J_ν ?

3. On pose $\chi_\nu(z) = \int_z^{z_{TOA}} k_\nu(z')\rho(z')dz'$ l'épaisseur optique mesurée depuis le sommet de l'atmosphère z_{TOA} . Réécrire l'équation (1) en faisant intervenir χ_ν .

4. A partir de l'équation (1), il est possible de calculer **la densité de flux énergétique F dans l'infrarouge (LW)** en intégrant les différents membres de l'équation sur toutes les directions de propagation et sur l'ensemble du spectre. Ce calcul est assez complexe, mais le résultat peut être approximé par les deux équations suivantes :

$$\frac{dF^\downarrow}{d\chi^*} + F^\downarrow = \pi B(T) \quad (2)$$

dans le cas d'un rayonnement descendant F^\downarrow ,

$$\text{et } -\frac{dF^\uparrow}{d\chi^*} + F^\uparrow = \pi B(T) \quad (3)$$

dans le cas d'un rayonnement montant F^\uparrow ,

où $\chi^* = 1,66\chi$ est appelé épaisseur optique réduite.

4.1. En notant $B(T)$ l'intégrale de la fonction de Planck sur l'ensemble des fréquences, justifier l'écriture du deuxième terme des équations (2) et (3).

On pose $F_z(z) = F^\uparrow(z) - F^\downarrow(z)$.

Ces équations vont nous servir à mettre en évidence le réchauffement par effet de serre.

4.2. Le réchauffement de l'atmosphère Q est lié à F_z par $Q = -\frac{1}{r(z)} \frac{dF_z}{dz}$.

Le rayonnement peut se décomposer en un rayonnement aux grandes longueurs d'ondes (LW) et un rayonnement aux courtes longueurs d'ondes (SW) et $Q = Q_{LW} + Q_{SW}$. On suppose que l'atmosphère est transparente au rayonnement solaire et que l'atmosphère est en équilibre radiatif. Que valent Q_{LW} , Q_{SW} et donc Q ? En déduire que F_z est indépendante de z et donc constante.

4.2. Quelles sont les valeurs de F^\downarrow et F^\uparrow (qui représente des densités de flux énergétique LW) au sommet de l'atmosphère? En déduire que

$$F_z = F^\uparrow - F^\downarrow = F_0 \quad (4)$$

où F_0 est le flux solaire incident non-réfléchi.

4.3. En utilisant les équations (2), (3) et (4), montrer que $F^\downarrow = \frac{1}{2} F_0 \chi^*$ et

$$F^\uparrow = \frac{1}{2} F_0 (2 + \chi^*) .$$

4.4. En déduire que $\frac{1}{2} F_0 (1 + \chi^*) = \pi B(T)$

4.5. Représenter F^\downarrow , F^\uparrow et $\pi B(T)$ en fonction de χ^* . On notera χ^*_{sol} l'épaisseur optique réduite du sol.

4.6. Les expressions précédentes concernent l'atmosphère. Dans cette section, nous nous intéressons au bilan d'énergie au niveau du sol. Le sol terrestre est supposé être un corps noir de température T_{sol} avec une épaisseur optique réduite χ^*_{sol} .

On rappelle que $\pi B(T) = \sigma T^4$.

4.6.1. Que vaut la densité de flux énergétique émise par le sol vers l'atmosphère ?

4.6.2. Déduire de la section 4.3. l'expression de l'éclairement reçu par l'atmosphère juste au-dessus du sol.

4.6.3. Ces deux flux sont égaux. Or, dans le cas d'une atmosphère non-absorbante, on a :

$$\sigma T_{ref}^4 = F_0 \text{ avec } T_{ref}=255K.$$

Qu'en déduisez-vous sur la température du système terrestre ? Que vient-on de mettre en évidence ?

Exercice 3

On rappelle que la luminance énergétique spectrale, à la fréquence ν , du système surface-atmosphère mesurée par un capteur situé en dehors de l'atmosphère est donnée par l'équation suivante :

$$I_{\nu}^{sat} = \varepsilon_{\nu}^{surf} \tau_{\nu}^{surf} B_{\nu}[T^{surf}] + \int_{P_{surf}}^{P_{sat}=0} B_{\nu}[T(\ln P)] \frac{\partial \tau_{\nu}(\ln P)}{\partial \ln P} d \ln P$$

où ε_{ν}^{surf} est l'émissivité de la surface à la fréquence ν , T_{surf} et P_{surf} sont la température et la pression à la surface, $\tau_{\nu}(P)$ est le facteur de transmission entre le niveau P et le sommet de l'atmosphère, et τ_{ν}^{surf} est le facteur de transmission entre la surface et le sommet de l'atmosphère.

1. On suppose que l'atmosphère est isotherme : $T(P)=cste=T_A$.

1.1. Donner l'expression de I_{ν} dans cette hypothèse.

1.2. Si, de plus, $T_{surf}=T_A$, que devient I_{ν} ?

1.3. Si, de plus, $\varepsilon_{\nu}^{surf}=1$, que devient I_{ν} ?

1.4. Ecrire I_{ν} dans le cas d'une atmosphère isotherme avec $\tau_{\nu}^{surf}=0$. Comparer au cas précédent.

2. Sous certaines conditions, le facteur de transmission à la fréquence ν entre le sommet de l'atmosphère et le niveau de pression P peut s'écrire :

$$\tau_{\nu}(P) = e^{-\alpha P}$$

Déterminer la valeur τ_{ν}^{max} et la pression P_{max} pour lesquelles la fonction de poids $\partial \tau_{\nu}(P) / \partial \ln P$ est maximale.

3. Considérons le spectre des températures de brillance mesurées par le sondeur infrarouge AIRS, lancé à bord du satellite Aqua de la NASA en Mai 2002, dans la bande spectrale $[650 ; 850] \text{ cm}^{-1}$ (Figure 1). Les positions de 5 canaux de mesure utilisés pour le sondage en température de l'atmosphère sont indiquées par des flèches. Le profil de température correspondant à cette mesure est tracé en Figure 2.

3.1. Qu'appelle-t-on température de brillance ?

3.2. L'intervalle de fréquence considéré sur la Figure 1 correspond à une bande d'absorption du CO_2 . Justifier l'utilisation de cette bande spectrale pour l'estimation des profils de température.

3.2. Les variations en fonction de l'altitude des facteurs de transmission des 5 canaux indiqués sur la Figure 1 sont tracées sur la Figure 3. D'après le résultat obtenu à la question 2, quel est le niveau de pression du maximum des fonctions de poids de ces 5 canaux ? Tracer les 5 fonctions de poids $\partial\tau_\nu(P)/\partial\ln P$ sur le document réponse (**RENDRE AVEC LA COPIE**).

3.3. La bande spectrale considérée précédemment correspond à la bande ν_2 de vibration-rotation du CO_2 dont l'absorption est très forte à $\nu = 667 \text{ cm}^{-1}$ (branche Q) puis diminue progressivement le long de la branche R (pour $\nu > 667 \text{ cm}^{-1}$). En se basant sur les variations du profil de température et sur la variation de l'absorption avec l'altitude et la fréquence, justifier la variation de la température de brillance avec la fréquence observée sur la Figure 1. Indiquer sur chaque fonction de poids le numéro du canal correspondant.

Figure 1. Spectre des températures de brillance mesurées par AIRS pour le profil de la Figure 2.

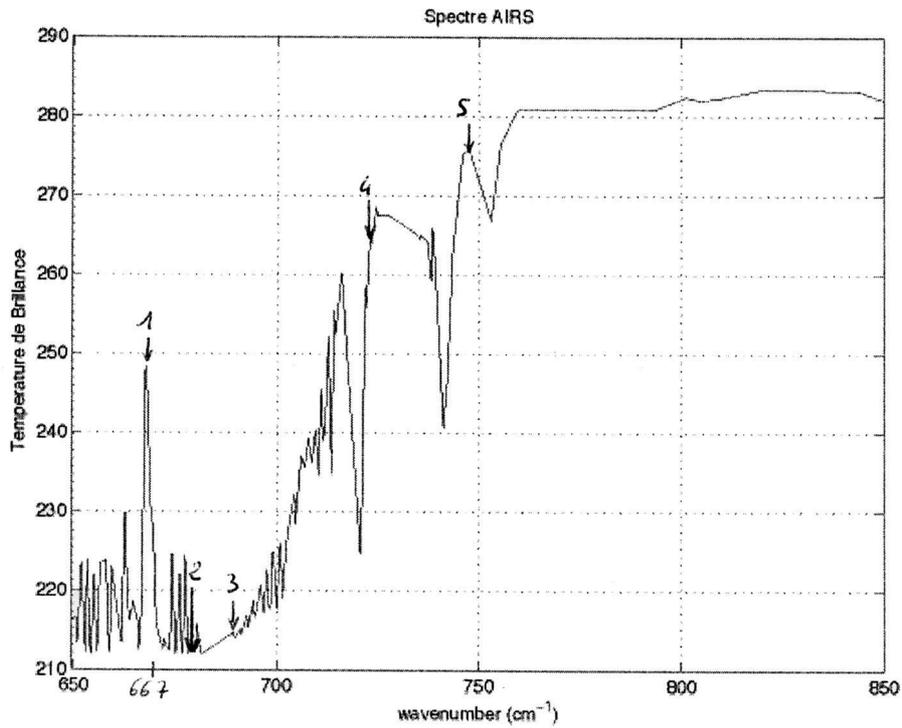


Figure 2. Profil de température moyen dans les tropiques.

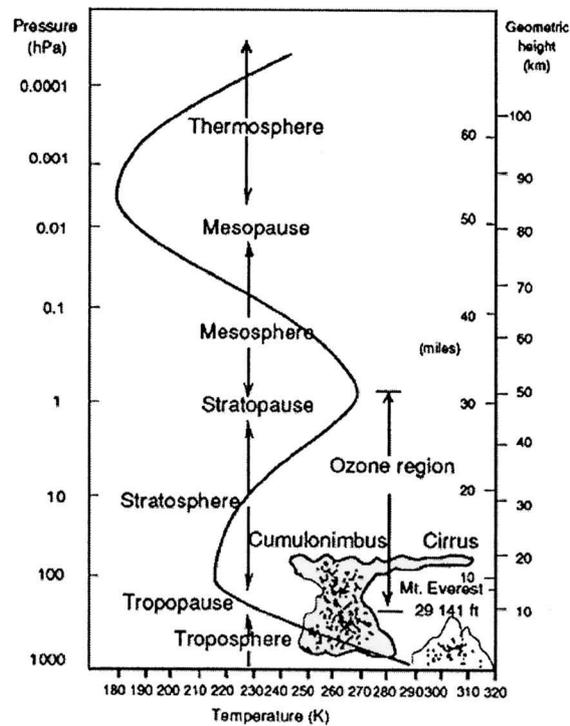


Figure 3. Facteurs de transmission des 5 canaux AIRS indiqués sur la Figure 1.

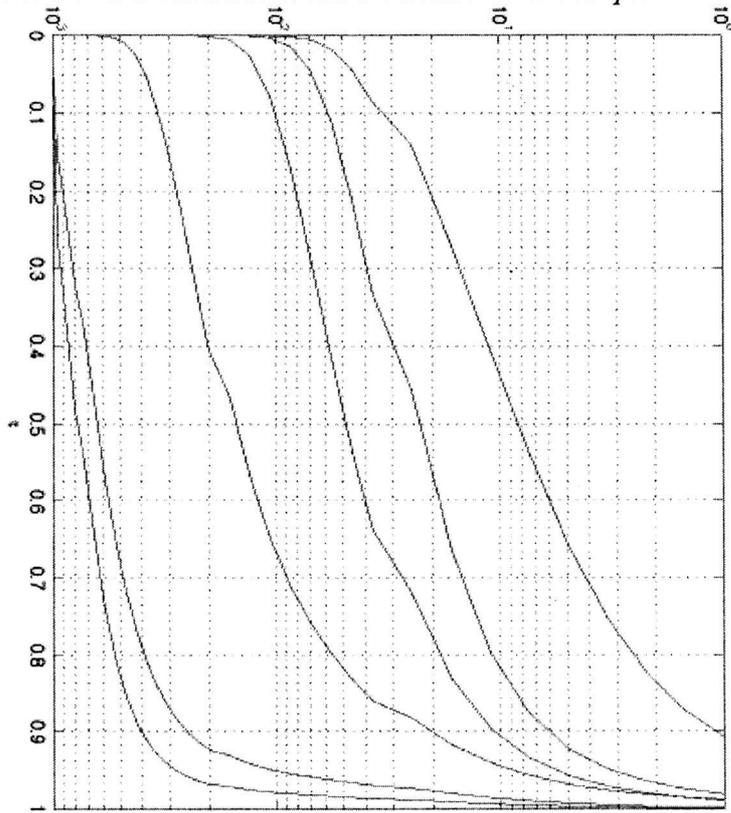


Figure 4. A rendre avec la copie.

