D.E.A.

Méthodes Physiques en Télédétection

Examen : Cours "R3" :

Electromagnétisme / Transfert Radiatif

Date : 19/12/2006

Durée : 1h30

1 • Grandeurs énergétiques de base

Soit une source dont l'état ne dépend que de la température et qui émet un rayonnement ne provenant que de la transformation de son énergie calorifique Q.

a. Rappeler la définition du flux énergétique (ϕ) et donner son unité.
Rappeler la définition de la densité de flux énergétique (F) traversant un élément de surface $d\Sigma$ et l'exprimer en fonction de ϕ. Rappeler son unité.

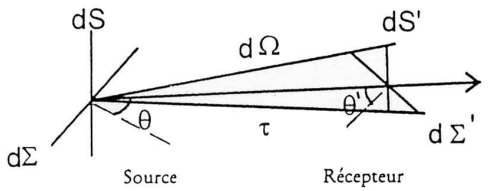
b. Soit un pinceau d'angle solide $d\Omega$ dont l'axe fait un angle θ avec la normale à l'élément de surface $d\Sigma$ et dF la densité de flux énergétique transportée par ce pinceau à travers $d\Sigma$: écrire l'expression de la luminance L. Unité. Exprimer L en fonction de ϕ (voir figure).

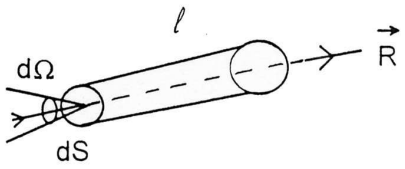
c. Rappeler l'expression de la luminance L en fonction de la luminance spectrale L_λ où λ est la longueur d'onde (unité de L_λ ?).

Etablir la relation liant L_λ à L_ν où ν est la fréquence.
(Unité de L_ν?).

d. Rappeler la définition de la densité d'énergie radiative, u. Unité. Exprimer la densité d'énergie radiative, du, dans l'élément de volume ℓdS (voir figure) en fonction de la luminance L. On appelera dS l'élément de surface associé à $d\Sigma$, normal à l'axe du pinceau $d\Omega$ ($dS = d\Sigma \cos\theta$).

e. Rappeler la définition de l'intensité énergétique, I, de la source. Rappeler son unité.





f. Rappeler la définition de la réflectance bi-directionnelle spectrale d'une surface, $\rho''(\vec{r}, \vec{i}, \lambda)$, λ étant la longueur d'onde, $\vec{r}$ la direction de réflexion et $\vec{i}$ celle de l'incidence.

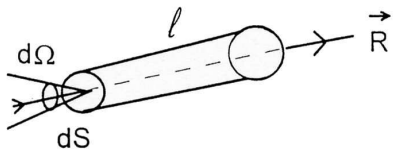
Rappeler la définition de la réflectance directionnelle (hémisphérique) spectrale, $\rho'(\lambda, i)$. Exprimer ρ' en fonction de ρ''.

2 • Equation de transfert radiatif et équilibre thermodynamique local

On considère un système (atomique, moléculaire, ...) à deux niveaux 1 et 2, d'énergie E_1 et E_2, de poids statistiques g_1 et g_2, et soit n_i le nombre de particules par unité de volume sur le niveau i. Soient b_{12} et a_{21} les probabilités de transition par chocs de 1 vers 2 et 2 vers 1, respectivement. Soient A_{21} la probabilité d'émission spontanée de 2 vers 1, $B_{12}u_\nu$ et $B_{21}u_\nu$ les probabilités de transition de 1 vers 2 et de 2 vers 1, respectivement, par absorption et émission induite du rayonnement de densité d'énergie radiative u_ν.

a. Ecrire les deux équations qui expriment le principe de micro-réversibilité des transitions. Comment s'exprime l'équilibre des transitions lorsqu'il n'y a plus micro-réversibilité ? Dans ce dernier cas, en déduire l'expression de n_2 / n_1.

On considère un cylindre élémentaire de base dS, de hauteur $d\ell$ et on travaille dans l'angle solide $d\Omega$ (densité d'énergie radiative du) (voir Figure). On suppose qu'il n'y a pas micro-réversibilité des transitions et on appelle I_ν la luminance énergétique incidente dans la direction $\vec{R}$.



b. Ecrire le nombre de photons entrants (énergie incidente divisée par $h\nu$, énergie d'un photon).

c. Ecrire le nombre de photons sortants en supposant une variation dI_ν $(\text{ou}(dI_\nu / d\ell)\, d\ell)$ de la luminance incidente.

d. Ecrire le nombre de photons absorbés (absorption gouvernée par la probabilité $B_{12}du_\nu$).

e. En déduire $dI_\nu / d\ell$ et le coefficient d'absorption, k_ν, dans l'hypothèse où il n'y a pas d'émission (on rappelle : $dI_\nu / d\ell = -k_\nu I_\nu$).

On considère maintenant l'existence des phénomènes d'émissions induite et spontanée (attention à l'angle solide pour cette dernière !).

f. Ecrire le nombre de photons émis.

g. Ecrire la nouvelle expression de $dI_\nu / d\ell$

h. On parvient à l'expression :

$$\frac{dI_\nu}{dl} = -k'_\nu (I_\nu - J_\nu) \text{ avec } k'_\nu = k_\nu \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\frac{g_1}{g_2}\right)$$

où k_ν est l'expression obtenue en e.

Donner l'expression de J_ν. Cette expression peut être simplifiée en introduisant l'expression de n_2 / n_1 , en posant $\varepsilon = b_{12} / B_{12}$, puis en faisant apparaître l'expression de B_ν. Vers quelle quantité tend J_ν lorsque ε tend vers l'infini ? Quel est alors le phénomène dominant ?

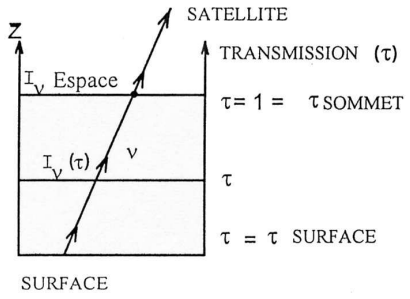
On rappelle les relations suivantes :

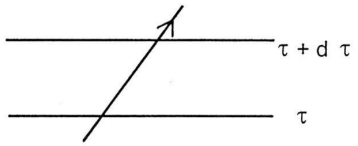
$$\frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2} \qquad \frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2}\frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \qquad \frac{b_{12}}{a_{21}} = \frac{g_2}{g_1}\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2\left\{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right\}}$$

3 • Equation de transfert radiatif : observation d'un satellite

On cherche à établir la formule qui donne la luminance, I_ν, mesurée par un satellite observant la Terre (voir figure).





On notera par τ la transmission, dans la direction indiquée sur la figure, entre le sommet de l'atmosphère et un niveau courant de celle-ci (τ_{surf} à la surface) et par $I_\nu(\tau)$ la luminance au niveau τ, en direction du satellite [$I_\nu(1)$ au sommet].

a. On suppose qu'il n'y a pas de sources entre le niveau τ et le sommet de l'atmosphère. Ecrire la relation entre $I_\nu(1)$ et $I_\nu(\tau)$.

b. En déduire l'expression du coefficient d'absorption, k_ν, exprimé en unité de variation de τ :

$$dI_\nu = -k_\nu I_\nu \, d\tau$$

c. On suppose que la loi de Kirchoff s'applique à ce milieu. En déduire son coefficient d'émission et l'émission propre d'une couche située entre les niveaux $\tau + d\tau$ et τ (voir figure).

d. Calculer, en conséquence, l'expression modifiée de $dI_\nu / d\tau$.

e. En déduire l'expression de $I_\nu(\tau)$, puis de $I_\nu(sat)$ au niveau du satellite.