D.E.A.

Méthodes Physiques en Télédétection

Examen : Cours "R3" :

Electromagnétisme / Transfert Radiatif

Date : 16 Décembre 2005

Durée : 1h30

1 • Le corps noir

- a. Soit S un corps placé dans une enceinte E. On suppose que la luminance énergétique spectrale caractérisant le champ de rayonnement dans l'enceinte E est celle du corps noir, B_λ .

Etablir la loi de Kirchoff qui relie la luminance spectrale, ℓ_λ , du corps S à B_λ , sachant que le coefficient d'absorption spectral de ce corps est k_λ .

- b. L'expression de B_λ en fonction de λ s'écrit :

$$B_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5} \times \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]^{-1}$$

Rappeler les conditions de validité de la loi dite de Rayleigh-Jeans.
Ecrire l'expression simplifiée de B_λ dans ce cas.

- c. Démontrer la loi du déplacement de Wien, expression de la longueur d'onde, $\lambda_{\max}$, du maximum de la luminance spectrale du corps noir pour une température donnée, T. On sera amené à poser :

$$a = C_2 / \lambda T$$

et à utiliser le fait que $\exp(a)$, pour des valeurs usuelles des variables ($\lambda = 10 \mu\text{m}$, $T = 300 \text{ K}$), est grand devant 1. On rappelle que $C_2 = 1.438 \cdot 10^{-2} \text{ m K}$. En déduire une propriété simple du produit $B_{\lambda_{\max}} \times \lambda_{\max}^5$.

Démontrer alors que le rapport $B_\lambda / B_{\lambda_{\max}}$ est une fonction du produit λT .

- d. Rappeler la définition de la température de brillance, T_{B_λ} , d'un corps naturel dont la luminance spectrale est L_λ .
- e. Enoncer la loi de Stephan-Boltzman relative à la luminance énergétique totale (intégrée en longueurs d'ondes) du corps noir. En déduire le flux émis dans un hémisphère.

2 • Equation de transfert radiatif : cas particuliers.

Soit I_ν la luminance énergétique spectrale, à la fréquence ν , du système surface-atmosphère, mesurée par un capteur situé en dehors de l'atmosphère :

$$I_\nu = \varepsilon_\nu(\text{surf}) B_\nu [T(P_{\text{surf}})] \tau_\nu(P=0, P_{\text{surf}}) + \int_{P_{\text{surf}}}^0 B_\nu [T(\text{Ln}P)] \frac{\partial \tau_\nu(P=0, P)}{\partial \text{Ln}P} d \text{Ln} P \quad (1)$$

où : $\varepsilon_\nu(\text{surf})$ est l'émissivité de la surface à la fréquence ν ;

$T(P_{\text{surf}})$ et P_{surf} sont, respectivement, la température et la pression à la surface ;
 $\tau_\nu(P=0, P)$ est le facteur de transmission de l'atmosphère entre le sommet ($P=0$) et le niveau de pression P .

Dans la suite, on désignera $\tau_\nu(P=0, P_{\text{surf}})$ par $\tau_{\nu,s}$

a. On suppose que l'atmosphère est isotherme : $T = \text{cste} = T_A$ quel que soit P (ou $\text{Ln}P$). Donner l'expression de I_ν dans cette hypothèse.

- Que devient I_ν , pour une atmosphère isotherme, si, de plus, $T(P_{\text{surf}}) = T_A$?

Dans ce dernier cas, écrire I_ν lorsque $\varepsilon_\nu(\text{surf}) = 1$.

- Ecrire I_ν dans le cas d'une atmosphère isotherme avec $\tau_{\nu,s} = 0$

Comparer avec le cas précédent.

b. Sous certaines conditions, le facteur de transmission, à la fréquence ν , entre le sommet de l'atmosphère et le niveau de pression P , peut s'écrire :

$$\tau_\nu(P=0, P) = \exp(-a_\nu P) \quad (2)$$

Si $a_\nu = 1,15 * 10^{-3} \text{ millibar}^{-1}$, donner la valeur de la pression pour laquelle la fonction de poids correspondante ($\partial \tau_\nu / \partial \text{Ln}P$) est maximale.

c. Trouver la valeur de a_ν pour que ce maximum soit situé à une pression de 500 mb ; même question pour 100 mb.

d. Soient deux niveaux de pression P_1 et $P_2 = P_1 + \Delta P$.

Si le facteur de transmission, à la fréquence ν , entre le sommet de l'atmosphère et le niveau de pression P , $\tau(P=0, P)$, est donné par l'équation (2), quelle est l'expression du facteur de transmission de la couche délimitée par les niveaux de pression P_1 et P_2 en fonction de ΔP .

On suppose $\tau(P=0, P_1) = 0,47$ et $\tau(P=0, P_2) = 0,37$.

En déduire ΔP (en millibar) pour $a = 1,15 * 10^{-3}$ et chacune des valeurs obtenues en c.

3 • Largeur équivalente et formes des raies spectrales

Soit k_ν le coefficient d'absorption d'une raie spectrale, que l'on supposera isolée.

- Rappeler la définition de son intensité intégrée S .
- Rappeler la définition de sa largeur équivalente. On notera, respectivement, par τ_ν et A_ν le facteur de transmission et le facteur d'absorption associés à la raie spectrale.
- Vers quelle expression simple tend la largeur équivalente d'une raie de forme Lorentz pour de faibles absorptions ? On notera par l le chemin optique.
- Y-a-t-il une différence pour une raie de forme Doppler ?

4 • Influence du soleil sur la luminance infrarouge terrestre observée par un satellite.

- Soit $L_s(\omega)$ la luminance énergétique spectrale du soleil, pour le nombre d'onde ω . En supposant qu'il s'agisse d'un corps noir à la température de 5800 K, donner l'expression de l'éclairement incident $E_\omega(\theta_s)$ à la surface terrestre.

On notera par $d\Omega_s$ l'angle solide sous lequel est vu le soleil de la surface, par θ_s l'angle de l'axe du pinceau d'angle solide $d\Omega_s$ avec la verticale, et par $\tau_\omega(\theta_s)$ la transmission atmosphérique au nombre d'onde ω .

Application numérique :

Calculer $E_\omega(\theta_s)$ pour $d\Omega_s = 6,78 \cdot 10^{-5}$ sr ; $\tau_s(\theta_s) = 0,30$

Pour $\omega = 2190 \text{ cm}^{-1}$ on a : $B(\omega, 5800\text{K}) = 1,72 \cdot 10^2 \text{ W}(\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \text{cm}^{-1})^{-1}$ et $\theta_s = 60^\circ$.

- On suppose la surface terrestre Lambertienne, sa réflectivité directionnelle spectrale étant $\rho'(\omega, \theta_s)$.

Exprimer, en fonction de l'éclairement à la surface, $E_\omega(\theta_s)$, la luminance énergétique spectrale parvenant à un récepteur situé en dehors de l'atmosphère et l'observant suivant la verticale ($\theta = 0$).

On notera le facteur de transmission atmosphérique par $\tau_\omega(\theta = 0)$.

Application numérique :

Calculer la luminance spectrale pour $\rho'(\omega, \theta_s) = 0,15$ et $\tau_\omega(\theta = 0) = 0,35$.