D.E.A.

Méthodes Physiques en Télédétection

SANS DOCUMENTS

Examen : Cours "R3" :

Electromagnétisme / Transfert Radiatif

Date : 31 Janvier 2000

Durée : 1h30

1 • Grandeurs énergétiques de base

Soit une source dont l'état ne dépend que de la température et qui émet un rayonnement ne provenant que de la transformation de son énergie calorifique Q.

a. Rappeler la définition du flux énergétique (ϕ) et donner son unité.
Rappeler la définition de la densité de flux énergétique (F) traversant un élément de surface $d\Sigma$ et l'exprimer en fonction de ϕ. Rappeler son unité.

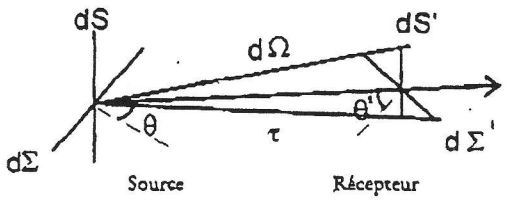
b. Soit un pinceau d'angle solide $d\Omega$ dont l'axe fait un angle θ avec la normale à l'élément de surface $d\Sigma$ et dF la densité de flux énergétique transportée par ce pinceau à travers $d\Sigma$: écrire l'expression de la luminance L. Unité. Exprimer L en fonction de ϕ (voir figure).

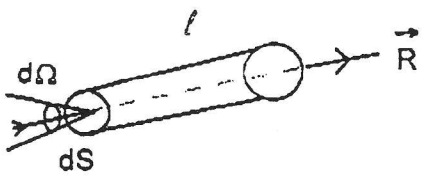
c. Rappeler l'expression de la luminance L en fonction de la luminance spectrale L_λ où λ est la longueur d'onde (unité de L_λ ?).

Etablir la relation liant L_λ à L_ν où ν est la fréquence.
(Unité de L_ν?).

d. Rappeler la définition de la densité d'énergie radiative, u. Unité. Exprimer la densité d'énergie radiative, du, dans l'élément de volume dS (voir figure) en fonction de la luminance L. On appelera dS l'élément de surface associé à $d\Sigma$, normal à l'axe du pinceau $d\Omega$ ($dS = d\Sigma \cos\theta$).

e. Rappeler la définition de l'intensité énergétique, I, de la source. Rappeler son unité.





f. Rappeler la définition de la réflectance bi-directionnelle spectrale d'une surface, $\rho''(\vec{r}, \vec{i}, \lambda)$, λ étant la longueur d'onde, $\vec{r}$ la direction de réflexion et $\vec{i}$ celle de l'incidence.

2 • Calcul approximatif des transmissions atmosphériques : le modèle d'Elsasser.

a) Rappeler l'hypothèse d'arrangement des raies spectrales d'une molécule qui est à la base du modèle d'Elsasser.

b) En appelant S l'intensité des raies (formes Lorentz) et d la distance de leurs centres, écrire le facteur de transmission k_ν en fonction de ν, S et d. On notera par α_c la largeur à mi-hauteur.

c) Ecrire la formule qui donne l'absorption ($A_\nu = 1 - \tau_\nu$) moyenne correspondant à ce modèle.

d) Dans le cas d'un faible recouvrement des raies (α_C /d petit) rappeler, sans le démontrer, vers quelle puissance du chemin optique ℓ tend l'absorption moyenne.

3 • Largeur équivalente et formes des raies spectrales

Soit k_ν le coefficient d'absorption d'une raie spectrale, que l'on supposera isolée.

a. Rappeler la définition de son intensité intégrée S.

b. Rappeler la définition de sa largeur équivalente. On notera, respectivement, par τ_ν et A_ν le facteur de transmission et le facteur d'absorption associés à la raie spectrale.

c. Vers quelle expression simple tend la largeur équivalente d'une raie de forme Lorentz pour de faibles absorptions ? On notera par ℓ le chemin optique.

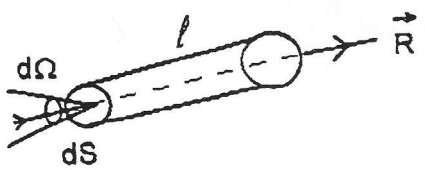
d. Y-a-t-il une différence pour une raie de forme Doppler ?

4 • Equation de transfert radiatif et équilibre thermodynamique local

On considère un système (atomique, moléculaire, ...) à deux niveaux 1 et 2, d'énergie E_1 et E_2, de poids statistiques g_1 et g_2, et soit n_i le nombre de particules par unité de volume sur le niveau i. Soient b_{12} et a_{21} les probabilités de transition par chocs de 1 vers 2 et 2 vers 1, respectivement. Soient A_{21} la probabilité d'émission spontanée de 2 vers 1, $B_{12}u_\nu$ et $B_{21}u_\nu$ les probabilités de transition de 1 vers 2 et de 2 vers 1, respectivement, par absorption et émission induite du rayonnement de densité d'énergie radiative u_ν.

a. Ecrire les deux équations qui expriment le principe de micro-réversibilité des transitions. Comment s'exprime l'équilibre des transitions lorsqu'il n'y a plus micro-réversibilité ? Dans ce dernier cas, en déduire l'expression de n_2 / n_1.

On considère un cylindre élémentaire de base dS, de hauteur $d\ell$ et on travaille dans l'angle solide $d\Omega$ (densité d'énergie radiative du) (voir Figure). On suppose qu'il n'y a pas micro-réversibilité des transitions et on appelle I_ν la luminance énergétique incidente dans la direction $\vec{R}$.



b. Ecrire le nombre de photons entrants (énergie incidente divisée par $h\nu$, énergie d'un photon).

c. Ecrire le nombre de photons sortants en supposant une variation dI_ν (ou$(dI_\nu / d\ell)\, d\ell$) de la luminance incidente.

d. Ecrire le nombre de photons absorbés (absorption gouvernée par la probabilité $B_{12}du_\nu$).

e. En déduire $dI_\nu / d\ell$ et le coefficient d'absorption, k_ν, dans l'hypothèse où il n'y a pas d'émission (on rappelle : $dI_\nu / d\ell = -k_\nu I_\nu$).

On considère maintenant l'existence des phénomènes d'émissions induite et spontanée (attention à l'angle solide pour cette dernière !).

f. Ecrire le nombre de photons émis.

g. Ecrire la nouvelle expression de $dI_\nu / d\ell$

h. On parvient à l'expression :

$$\frac{dI_\nu}{dl} = -k'_\nu (I_\nu - J_\nu) \text{ avec } k'_\nu = k_\nu \left(1 - \frac{n_2 g_1}{n_1 g_2}\right)$$

où k_ν est l'expression obtenue en e.

Donner l'expression de J_ν. Cette expression peut être simplifiée en introduisant l'expression de n_2 / n_1, en posant $\varepsilon = b_{12} / B_{12}$, puis en faisant apparaître l'expression de B_ν. Vers quelle quantité tend J_ν lorsque ε tend vers l'infini ? Quel est alors le phénomène dominant ?

On rappelle les relations suivantes :

$$\frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2} \quad \frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2}\frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \quad \frac{b_{12}}{a_{21}} = \frac{g_2}{g_1}\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2\left\{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1\right\}}$$