D.E.A. Méthodes Physiques en Télédétection

Janvier 1997

Examen : Cours "R3" : Electromagnétisme / Transfert Radiatif

Durée : 3 heures

1. Grandeurs énergétiques de base

Soit une source dont l'état ne dépend que de la température et qui émet un rayonnement ne provenant que de la transformation de son énergie calorifique Q.

a. Rappeler la définition du flux énergétique (ϕ) et donner son unité.
Rappeler la définition de la densité de flux énergétique (F) traversant un élément de surface $d\Sigma$ et l'exprimer en fonction de ϕ. Rappeler son unité.

b. Soit un pinceau d'angle solide $d\Omega$ dont l'axe fait un angle θ avec la normale à l'élément de surface $d\Sigma$ et dF la densité de flux énergétique transportée par ce pinceau à travers $d\Sigma$: écrire l'expression de la luminance L. Unité. Exprimer L en fonction de ϕ (voir figure 1).

c. Rappeler l'expression de la luminance L en fonction de la luminance spectrale L_λ où λ est la longueur d'onde (unité de L_λ ?).
Etablir la relation liant L_λ à L_ν où ν est la fréquence.
(Unité de L_ν ?).

d. Rappeler la définition de la densité d'énergie radiative, u. Unité. Exprimer la densité d'énergie radiative, du, dans l'élément de volume ldS (voir figure 2) en fonction de la luminance L. On appelera dS l'élément de surface associé à $d\Sigma$, normal à l'axe du pinceau $d\Omega$ ($dS = d\Sigma \cos\theta$).

e. Rappeler la définition de l'intensité énergétique, I, de la source. Rappeler son unité.

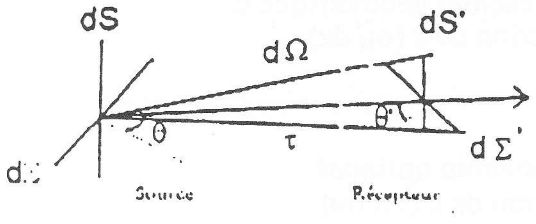


Figure 1

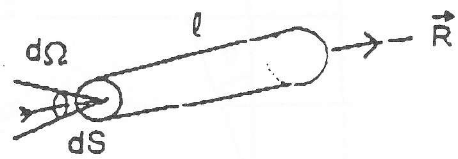


Figure 2

f. Rappeler la définition de la réflectance bi-directionnelle spectrale d'une surface, $\rho''(\vec{r}, \vec{i}, \lambda)$, λ étant la longueur d'onde, $\vec{r}$ la direction de réflexion et $\vec{i}$ celle de l'incidence.

2. Le corps noir

a. Soit S un corps placé dans une enceinte E. On suppose que la luminance énergétique spectrale caractérisant le champ de rayonnement dans l'enceinte E est celle du corps noir, B_λ.
Etablir la loi de Kirchoff qui relie la luminance spectrale, ℓ_λ, du corps S à B_λ, sachant que le coefficient d'absorption spectral de ce corps est k_λ.

b. L'expression de B_λ en fonction de λ s'écrit :

$$B_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5} \times \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1\right]^{-1}$$

Rappeler les conditions de validité de la loi dite de Rayleigh-Jeans.
Ecrire l'expression simplifiée de B_λ dans ce cas.

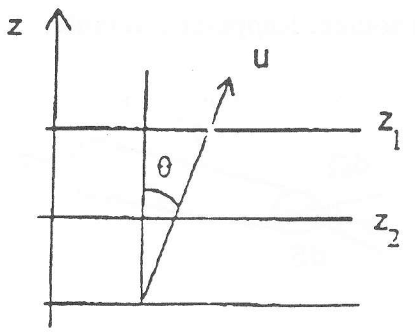
c. Ecrire la loi du déplacement de Wien, expression de la longueur d'onde, λ_{max}, du maximum de la luminance spectrale du corps noir, pour une température donnée, T. En déduire une propriété simple du produit $B_{\lambda_{max}} \times \lambda^5_{max}$.

Démontrer alors que le rapport $B_\lambda / B_{\lambda_{max}}$ est une fonction du produit λT.

d. Rappeler la définition de la température de brillance, T_{B_λ}, d'un corps naturel dont la luminance spectrale est L_λ.

3. Facteur de transmission

Donner l'expression du facteur de transmission à la fréquence ν, $\tau_\nu(z_1, z_2)$, d'une tranche d'atmosphère située entre les niveaux d'altitude z_1 et z_2, traversée sous l'angle θ par rapport à la verticale, de coefficient d'absorption k_ν et pour un absorbant de concentration $\rho(z)$.



Expression du chemin géométrique u (ou du) en fonction de z (ou dz)

Expression du chemin optique ℓ (ou $d\ell$) en fonction de u (ou du).

4. Largeur équivalente et forme de raies spectrales

Soit k_ν le coefficient d'absorption d'une raie spectrale, que l'on supposera isolée.

a. Rappeler la définition de son intensité intégrée S.

b. Rappeler la définition de sa largeur équivalente. On notera, respectivement, par τ_ν et A_ν le facteur de transmission et le facteur d'absorption associés à la raie spectrale.

c. Vers quelle expression simple tend la largeur équivalente d'une raie de forme Lorentz pour de faibles absorptions ? On notera par l le chemin optique.

d. Y-a-t-il une différence pour une raie de forme Doppler ?

5. Influence du soleil sur la luminance infrarouge terrestre observée par un satellite.

a. Soit $L_s(\omega)$ la luminance énergétique spectrale du soleil, pour le nombre d'onde ϖ. En supposant qu'il s'agisse d'un corps noir à la température de 5800 K, donner l'expression de l'éclairement incident $E_\omega(\theta_s)$ à la surface terrestre.

On notera par $d\Omega_s$ l'angle solide sous lequel est vu le soleil de la surface, par θ_s l'angle de l'axe du pinceau d'angle solide $d\Omega_s$ avec la verticale, et par $\tau_\omega(\theta_s)$ la transmission atmosphérique au nombre d'onde ω.

Application numérique :

Calculer $E_\omega(\theta_s)$ pour $d\Omega_s = 6{,}78\,10^{-5}$ sr ; $\tau_s(\theta_s) = 0{,}30$

Pour $\omega = 2190\ \text{cm}^{-1}$ on a : $B(\omega, 5800K) = 1{,}72\,10^2\ W(m^2.sr.cm^{-1})^{-1}$ et $\theta_s = 60°$.

b. On suppose la surface terrestre Lambertienne, sa réflectivité directionnelle spectrale étant $\rho'(\omega, \theta_s)$.

Exprimer, en fonction de l'éclairement à la surface, $E\omega(\theta_s)$, la luminance énergétique spectrale parvenant à un récepteur situé en dehors de l'atmosphère et l'observant suivant la verticale ($\theta = 0$).

On notera le facteur de transmission atmosphérique par τ_ω $(\theta = 0)$.

Application numérique :

Calculer la luminance spectrale pour $\rho'(\omega, \theta_s) = 0{,}15$ et $\tau_\omega(\theta = 0) = 0{,}35$.

6. Equation de transfert radiatif : cas particuliers.

Soit I_ν la luminance énergétique spectrale, à la fréquence ν, du système surface-atmosphère, mesurée par un capteur situé en dehors de l'atmosphère :

$$I_\nu = \varepsilon_\nu(\text{surf})\, B_\nu[T(P_{surf})]\, \tau_\nu(P=0, P_{surf}) + \int_{P_{surf}}^{0} B_\nu[T(\mathrm{Ln}P)] \frac{\partial \tau_\nu(P=0,P)}{\partial \mathrm{Ln}\,P} d\,\mathrm{Ln}\,P \qquad (1)$$

où : ε_ν (surf) est l'émissivité de la surface à la fréquence ν ;

$T(P_{surf})$ et P_{surf} sont, respectivement, la température et la pression à la surface ; $\tau_\nu(P=0,P)$ est le facteur de transmission de l'atmosphère entre le sommet $(P=0)$ et le niveau de pression P.

Dans la suite, on désignera $\tau_\nu(P=0, P_{surf})$ par $\tau_{\nu,s}$

a. On suppose que l'atmosphère est isotherme : $T = \text{cste} = T_A$ quel que soit P (ou LnP) Donner l'expression de I_ν dans cette hypothèse.

- Que devient I_ν, pour une atmosphère isotherme, si, de plus, $T(P_{surf}) = T_A$? Dans ce dernier cas, écrire I_ν lorsque ε_ν (surf) = 1.
- Ecrire I_ν dans le cas d'une atmosphère isotherme avec $\tau_{\nu,s} = 0$ Comparer avec le cas précédent.

b. Sous certaines conditions, le facteur de transmission, à la fréquence ν, entre le sommet de l'atmosphère et le niveau de pression P, peut s'écrire :

$$\tau_\nu(P=0,P) = \exp(-a_\nu P) \qquad (2)$$

Si $a_\nu = 1{,}15 * 10^{-3}$ millibar $^{-1}$, donner la valeur de la pression pour laquelle la fonction de poids correspondante $(\partial\tau_\nu / \partial\, \mathrm{Ln}P)$ est maximale.

c. Trouver la valeur de a_ν pour que ce maximum soit situé à une pression de 500 mb ; même question pour 100 mb.

d. Soient deux niveaux de pression P_1 et $P_2 = P_1 + \Delta P$.

Si le facteur de transmission, à la fréquence ν, entre le sommet de l'atmosphère et le niveau de pression P, $\tau(P=0,P)$, est donné par l'équation (2), quelle est l'expression du facteur de transmission de la couche délimitée par les niveaux de pression P_1 et P_2 en fonction de ΔP.

On suppose $\tau(P=0,P_1) = 0{,}47$ et $\tau(P=0,P_2) = 0{,}37$.

En déduire ΔP (en millibar) pour $a = 1{,}15\ 10^{-3}$ et chacune des valeurs obtenues en c.